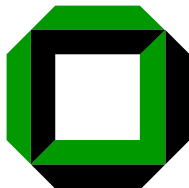


Formale Systeme

Prof. Dr. Bernhard Beckert

Fakultät für Informatik
Universität Karlsruhe (TH)



Winter 2008/2009



Termersetzungssysteme

Definition

Termersetzungssysteme sind spezielle Reduktionssysteme.

Ist E eine endliche Menge von Gleichungen über der Signatur Σ , dann nennen wir das Reduktionssystem

$$(Term_{\Sigma}, \xrightarrow{1} E)$$

ein *Termersetzungssystem*.

Da dieses durch Σ und E eindeutig bestimmt ist, sprechen wir kürzer vom *Termersetzungssystem* (Σ, E) .



Kanonisches Termersetzungssysteme

Theorem

(Σ, E) sei ein kanonisches Termersetzungssystem.

1. Zu jedem Term t gibt es genau einen irreduziblen Term $\text{irr}(t)$ mit $t \rightarrow_E \text{irr}(t)$.
2. Für beliebige Terme s, t gilt:

$$E \models s \doteq t \Leftrightarrow \text{irr}(s) = \text{irr}(t).$$

3. Die Gültigkeit einer Gleichung in der Theorie von E ist entscheidbar.

Spezialfall des Satzes über kanonische Reduktionssysteme.



Ein einfaches kanonisches Termersetzungssystem

E_{GBT} :

$$0 \wedge x = 0 \quad 1 \wedge x = x$$

$$x \wedge 0 = 0 \quad x \wedge 1 = x$$

$$0 \vee x = x \quad 1 \vee x = 1$$

$$x \vee 0 = x \quad x \vee 1 = 1$$

Für jeden variablenfreien Booleschen Term t gilt

$$t \rightarrow_{E_{GBT}} 0$$

oder

$$t \rightarrow_{E_{GBT}} 1.$$



Ein kanonisches Termersetzungssystem

2. Beispiel

E_{Group} :

$$\begin{array}{ll} 0 + x & \rightarrow x \\ x + 0 & \rightarrow x \\ i(x) + x & \rightarrow 0 \\ x + i(x) & \rightarrow 0 \\ i(0) & \rightarrow 0 \end{array} \quad \begin{array}{ll} (x + y) + z & \rightarrow x + (y + z) \\ i(x) + (x + y) & \rightarrow y \\ x + (i(x) + y) & \rightarrow y \\ i(x + y) & \rightarrow i(y) + i(x) \\ i(i(x)) & \rightarrow x \end{array}$$

